

# سؤالات آزمون استخدامی ریاضی و آمار

به همراه پاسخنامه تشریحی

۱. نصف عددی از  $\frac{5}{9}$  آن عدد ۳ واحد کمتر است، آن عدد کدام است؟  
 (۱) ۴۵ (۲) ۵۴ (۳) ۶۳ (۴) ۷۲
۲. حاصل  $\sqrt[4]{4} \times \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴) ۱
۳. اگر  $a < b < 0$  آنگاه کدام نامساوی نادرست است؟  
 (۱)  $a^2 < b^2$  (۲)  $a^2 > b^2$  (۳)  $ab > 0$  (۴)  $a^2 > ab$
۴. در ۱۵۰ داده آماری دسته بندی شده فراوانی نسبی دسته‌ای ۰/۱۸ است. فراوانی آن دسته کدام است؟  
 (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶
۵. اگر  $A = \{2, 5, 7, 9, 3\}$  و  $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$  مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  چند عضو دارد؟  
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
۶. مجموع تمام مقسوم علیه‌های عدد ۳۲ کدام است؟  
 (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳
۷. عدد  $\frac{3}{4\sqrt{27}}$  برابر کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt[4]{3}$  (۲)  $\sqrt[4]{12}$  (۳)  $\sqrt[3]{3}$  (۴)  $\sqrt{3}$
۸. باقیمانده تقسیم عبارت  $8x^3 - 4x^2 + 6x$  بر دو جمله‌ای  $2x - 1$  کدام است؟  
 (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳
۹. حاصل  $\frac{x^2-x-2}{x^2-1} \times \frac{x^2-x}{x-2}$  کدام است؟  
 (۱) -x (۲) x (۳) x+1 (۴) ۱
۱۰. در دنباله  $U_n = \frac{2n+1}{n^2-1}$  جمله دهم کدام است؟  
 (۱)  $\frac{13}{66}$  (۲)  $\frac{7}{33}$  (۳)  $\frac{9}{34}$  (۴)  $\frac{14}{31}$
۱۱. مجموع عکس ریشه‌های معادله درجه دوم  $3x^2 + 5x = 2$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{5}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۲. اگر  $x^4 - 2x^2 + 1$  کوچکترین مضرب مشترک دو چهارجمله‌ای  $x^3 + 1$ ،  $x(x^2 + ax - 1) + 1$  باشد،  $x^2 - x - 1$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳. میانگین داده‌های  $x_i: i = 1, 2, 3, \dots, 9$  برابر  $\frac{3}{5}$  است، میانگین داده‌های  $y_i = 2x_i - 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۴. در دسته‌بندی ۱۵۰ داده آماری در ۸ طبقه فراوانی دسته پنجم برابر ۳۶ است، درصد فراوانی نسبی این دسته کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

۱۵. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای یکی از زاویه‌ها  $52^\circ$  درجه است، زاویه بین وتر و میانه وارد بر آن چند درجه است؟

- (۱)  $62^\circ$  (۲)  $64^\circ$  (۳)  $76^\circ$  (۴)  $78^\circ$

۱۶. از رابطه  $x^2 + 4y^2 + 1 = 4y$  مقدار  $x+y$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۷. واسطه عددی بین دو عدد  $1 + \sqrt{3}$  و  $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴) ۱

۱۸. کدام تابع یک به یک نیست؟

- (۱)  $y = x|x|$  (۲)  $y = x + \frac{1}{x}$  (۳)  $y = x + \sqrt{x}$  (۴)  $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۱۹. اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}}$  حاصل  $f^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5})$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰. نقطه  $A(7, 3)$  رأس یک متوازی‌الاضلاع و دو ضلع آن بر دو خط به معادلات  $y-3x=0$  و  $2x+3y=11$  منطبق است فاصله نقطه تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱)  $\sqrt{13}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳) ۴ (۴) ۵

۲۱. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\infty$

۲۲. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} [x], & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$  به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$  در  $x=0$  پیوسته است؟

- (۱)  $\{1\}$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $\{0\}$  (۴)  $\{0, 1\}$

۲۳. مشتق مرتبه دهم تابع  $f(x) = x \sin 2x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-5 \times 2^{10}$  (۲)  $5 \times 2^9$  (۳)  $5 \times 2^{10}$  (۴)  $-5 \times 2^9$

۲۴. از رابطه  $x.e^{3x+z} + \ln(2y-z) + x^2y = 1$  مقدار  $\frac{\partial z}{\partial y}$  در نقطه (۳ و ۲ و ۱) کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۵. در تابع  $z = x \operatorname{Arctg} \frac{y}{x}$  با تغییر متغیرهای  $x = r \cos \theta$  و  $y = r \sin \theta$  مقدار  $\frac{\partial z}{\partial y}$  به ازای  $\theta = \pi$  چقدر  $r = 2$  چقدر است؟

- (۱)  $-\pi$  (۲)  $-\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\pi$

۲۶. ورقه نازک فلزی به شکل نیم‌دایره به قطر ۶ واحد است. فاصله مرکز ثقل این قطعه فلزی از قطر نیم دایره چقدر است؟

- (۱)  $\frac{4}{\pi}$  (۲)  $\frac{3}{\pi}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۲۷. حاصل  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۸. حاصل انتگرال  $\int_0^{\alpha} \sin \sqrt{x} dx$  وقتی  $\alpha = \frac{\pi^2}{4}$  باشد چقدر است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2} - 1$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۱

۲۹. اگر  $f(x) = tg^{-1} \frac{x+2a}{1-2ax}$  حاصل  $f'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{1+x^2}$  (۲)  $\frac{2a}{1+4a^2x^2}$  (۳)  $\frac{a}{1+x^2}$  (۴)  $\frac{x}{1+4a^2x^2}$

۳۰. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $e$  (۳)  $\sqrt{e}$  (۴) ۰

۳۱. نسبت تغییرات عبارت  $\frac{x-2}{x+1}$  به تغییر  $\sqrt{2x+5}$  به ازای  $x=2$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۳۲. در پرتاب دو سکه با هم هر دو «رو» ظاهر شده‌اند، حال در پرتاب سه سکه با هم با کدام احتمال فقط یک «رو» ظاهر خواهد شد؟

- (۱)  $\frac{2}{8}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{4}{8}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۳۳. در ظرفی ۳ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند اگر دو گوی از بین آنان بیرون آوریم با کدام احتمال هر دو گوی هم رنگ‌اند؟

- (۱)  $\frac{1}{7}$  (۲)  $\frac{2}{7}$  (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $\frac{4}{7}$

۳۴. واریانس داده‌های آماری کدام است؟

X	1	2	3	4
f	1	2	9	4

$$\frac{7}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{5}{4} \quad (۳)$$

۳۵. در نمودار دایره‌ای تقریباً چند درصد از داده‌های آماری با زاویه ۲۴ درجه نشان داده می‌شود؟

$$۶/۳ \quad (۱) \quad ۶/۷ \quad (۲) \quad ۷/۲ \quad (۳) \quad ۷/۴ \quad (۴)$$

۳۶. شش نفر ورزشکار را به چند طریق می‌توان به گروه‌های دو نفری دعوت کرد؟

$$۶ \quad (۱) \quad ۱۲ \quad (۲) \quad ۱۵ \quad (۳) \quad ۱۶ \quad (۴)$$

۳۷. در پرتاب دو تاس با هم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده بیشتر از ۱۰ می‌باشد؟

$$\frac{1}{12} \quad (۱) \quad \frac{1}{18} \quad (۲) \quad \frac{1}{9} \quad (۳) \quad \frac{1}{6} \quad (۴)$$

۳۸. اگر  $y = t^3$ ،  $x = t^2 + t$  باشد، مقدار  $\frac{d^2x}{dx^2}$  به ازای  $t=1$  است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۱) \quad \frac{4}{3} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad ۲ \quad (۴)$$

۳۹. خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = x^2 \cdot \ln(x-2)$  در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن، محور xها را کدام عرض قطع می‌کند؟

$$-۲۷ \quad (۱) \quad -۲۴ \quad (۲) \quad -۱۸ \quad (۳) \quad -۱۵ \quad (۴)$$

۴۰. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2+3+\dots+n}{n+4} - \frac{n}{2} \right)$  کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (۱) \quad -\frac{1}{2} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad \frac{5}{2} \quad (۴)$$

۴۱. حد عبارت  $\ln \left( \frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

$$-۱ \quad (۱) \quad -\frac{1}{2} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad ۱ \quad (۴)$$

۴۲. اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$  باشد، آنگاه مقدار  $f^{-1}(6)$  کدام است؟

$$۲ \quad (۱) \quad \sqrt{6} + 1 \quad (۲) \quad ۱۰ \quad (۳) \quad ۲۵ \quad (۴)$$

۴۳. خط قائم بر منحنی به معادله  $xy - x^2 = 1$  در نقطه (۲ و ۱) A با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

$$(۱) \text{ محور } x\text{ها} \quad (۲) \text{ محور } y\text{ها} \quad (۳) Y=X \quad (۴) Y=-X$$

۴۴. در تابع  $y = e^{2x+2x^2}$ ، طول یکی از نقاط عطف برابر است با:
- (۱)  $x = e^{-1}$  (۲)  $x = \ln 2$  (۳)  $x = -1$  (۴)  $x = 0$
۴۵. در تابع  $y - \sin(x + y) = 0$  حاصل  $\frac{dy}{dx}$  به ازاء  $\begin{bmatrix} x = \pi \\ y = 0 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟
- (۱)  $-2$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $2$
۴۶. در تابع  $f(3x^2 + 4x) = x + \sqrt{x+1}$ ،  $f'(0)$  کدام است؟
- (۱) صفر (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $1$
۴۷. اگر  $f(x) = |x| - 1$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشد، آنگاه دامنه  $\frac{g}{f}$  کدام است؟
- (۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $[0, +\infty)$  (۳)  $\{1\} - (0, +\infty)$  (۴)  $\{1\} - [0, +\infty)$
۴۸. اگر  $A$  ماتریسی مربعی باشد چنانکه  $A^2 = I$  در این صورت حاصل  $A(A^4 - A^3)$  کدام است؟
- (۱)  $I - A$  (۲)  $A - I$  (۳)  $I$  (۴)  $\bar{O}$
۴۹. معادله‌ی خط مماس بر منحنی  $y^3 + xy - 1 = 0$  در نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  واقع بر آن کدام است؟
- (۱)  $Y = X$  (۲)  $Y = 3x + 1$  (۳)  $Y = \frac{1}{3}x + 1$  (۴)  $Y = -\frac{1}{3}x + 1$
۵۰. حاصل  $\int_{-1}^1 \sqrt{e^x} dx$ ، کدام است؟
- (۱) صفر (۲)  $\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}$  (۳)  $2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$  (۴)  $2\left(\frac{1}{\sqrt{e}} - \sqrt{e}\right)$
۵۱. اگر  $a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c)$  مقدار  $c$  چقدر است؟
- (۱)  $0$  (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $3$
۵۲. حاصل  $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4 + 2\sqrt{3}}$  کدام است؟
- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$
۵۳. اگر  $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} - \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$  باشد، مقدار  $x^3 - 3x$  کدام است؟
- (۱)  $1$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $2$  (۴)  $2\sqrt{2}$
۵۴. اگر  $A = 0.252252252\dots$  عدد  $\frac{7}{A}$  کدام است؟
- (۱)  $25/27$  (۲)  $27/65$  (۳)  $27/75$  (۴)  $27/85$
۵۵. از تساوی  $9^{x+2} = 3^x \times 81^3$  مقدار  $x$  کدام است؟
- (۱)  $5$  (۲)  $6$  (۳)  $7$  (۴)  $8$

۵۶. فاصله مبدأ مختصات از خط گذرنده بر دو نقطه (۳ و ۱) (۰ و -۲) کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲

۵۷. حاصل  $\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{49}{2}}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۵۸. مجموعه جواب نامعادله  $\frac{2-x}{2x-1} > x$  کدام است؟

- (۱)  $-1 < x < 2$  (۲)  $\frac{1}{2} < x < 2$   
(۳)  $x > 1$  یا  $-1 < x < \frac{1}{2}$  (۴)  $x < -1$  یا  $\frac{1}{2} < x < 1$

۵۹. اگر محورهای مختصات به موازات خود به نقطه وسط پاره واصل به دو نقطه (۴ و ۱) و (۰ و -۳) انتقال دهیم

مختصات جدید (۲ و ۴) A کدام است؟

- (۱) (۰ و ۳) (۲) (۰ و ۵) (۳) (۴ و ۳) (۴) (۴ و ۵)

۶۰. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  ماتریس  $(A+B)^2$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$

۶۱. اگر  $\log_4 \sqrt[2]{2} = x$  باشد  $\log_2(1-x)$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) تعریف نشده

۶۲. حاصل  $\sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\cos(60^\circ - x)$  (۲)  $\cos(60^\circ + x)$  (۳)  $2\sin(60^\circ - x)$  (۴)  $2\sin(60^\circ + x)$

۶۳. اگر  $\alpha(2,1) + \beta(3,5) = (1,-3)$  باشد، مقدار  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۶۴. از ۵ دانش آموز علوم تجربی و ۳ دانش آموز علوم انسانی ۲ نفر را جهت انجام مسابقه ای انتخاب کرده اند، با

کدام احتمال از هر گروه یک نفر انتخاب شده اند؟

- (۱)  $\frac{2}{15}$  (۲)  $\frac{5}{14}$  (۳)  $\frac{15}{56}$  (۴)  $\frac{15}{28}$

۶۵. مساحت مثلثی به اضلاع ۲ و ۴ و  $3\sqrt{2}$  چند برابر مساحت مثلثی به اضلاع ۳ و  $\sqrt{2}$  و  $2\sqrt{2}$  می باشد؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۲ (۳) ۲/۲۵ (۴) ۳

۶۶. در ۱۲۰ داده آماری بزرگترین و کوچکترین آنها ۲۵ و ۹۶ می‌باشند. اگر این داده‌ها در ۹ دسته، طبقه بندی شوند، فاصله دسته‌ها کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۶۷. واریانس داده‌های آماری ۱۰ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۲/۱۴ (۲) ۲/۳۳ (۳) ۲/۶۶ (۴) ۲/۷۲

۶۸. اگر  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  ضابطه تابع  $f(g(x))$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{1+x^2}$  (۲)  $\frac{1+x^2}{x^2}$  (۳)  $1+x^2$  (۴)  $\frac{x}{1+x^2}$

۶۹. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+\sqrt{4-3x}}{4+x}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{8}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۷۰. به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 2x+3; x \geq 2 \\ ax-x^2; x < 2 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

- (۱)  $\frac{9}{2}$  (۲)  $\frac{11}{2}$  (۳) ۵ (۴) ۶

۷۱. در تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه  $x=2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

۷۲. اندازه مشتق تابع  $y = \sin x \cos 2x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{7}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۷۳. معادله خط مماس بر نمودار تابع  $y = x^2 - 2x$  در نقطه  $x=-1$  کدام است؟

- (۱)  $y - 2x + 5 = 0$  (۲)  $y + 4x + 1 = 0$   
(۳)  $y - 2x + 5 = 0$  (۴)  $y - 2x - 5 = 0$

۷۴. اگر جمله  $n$ ام یک تصاعد عددی مساوی  $3n+5$  باشد جمله  $n+1$ ام آن کدام است؟

- (۱)  $3n - 8$  (۲)  $3n + 8$  (۳)  $2n - 5$  (۴)  $2n + 5$

۷۵. اگر جمله  $(n+2)$ ام یک تصاعد حسابی  $5n+7$  باشد جمله  $n$ ام را تعیین کنید.

- (۱)  $4n - 7$  (۲)  $4n + 7$  (۳)  $5n + 3$  (۴)  $5n - 3$

۷۶. مجموع ده جمله از تصاعد  $7, 4, 1, -2, \dots$  کدام است؟

- (۱)  $-65$  (۲) ۶۵ (۳)  $-45$  (۴) ۴۵



۷۷. اگر جمله عمومی یک رشته از اعداد  $t_n = 2n + 3$  باشد مجموع ده جمله اول را حساب کنید.

- (۱) 110 (۲) 120 (۳) 130 (۴) 140

۷۸. در یک تصاعد عددی جملات هفتم و هشتم به ترتیب مساوی ۱۰ و ۱۲ می باشند، جمله یازدهم کدام است؟

- (۱) 18 (۲) 16 (۳) 14 (۴) 20

۷۹. بین ۵۰ و ۶۸ پنج واسطه حسابی نوشته ایم دومین واسطه حسابی کدام است؟

- (۱) 56 (۲) 57 (۳) 55 (۴) 54

۸۰. در مجموعه  $A = \{1, 2, \{2\}\}$  کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱)  $2 \in A$  (۲)  $\{2\} \in A$  (۳)  $\{2\} \subset A$  (۴)  $2 \subset A$

۸۱. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، آن گاه  $A \cup (B - A)$  همواره برابر است با :

- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $A \cup B$

۸۲. قرینه  $(-x^{-1})^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $x$  (۲)  $\frac{1}{x}$  (۳)  $-x$  (۴)  $-\frac{1}{x}$

۸۳. کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۲۴ و ۳۶ چند واحد از بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها بیشتر است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲

۸۴. در تساوی  $\frac{x-2}{11} = \overline{0/72}$  مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۸۵. اگر  $A = x(x+2)$  و  $B = (X-2)$  باشد، حاصل  $A - B$  برابر است با :

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۸۶. سه جمله ای بخش پذیر بر  $(2x-1)(x+3)$  با تغییر علامت «کدام جمله»ی آن بر  $(2x+1)(x-3)$  بخش پذیر می گردد؟

- (۱)  $x^2$  (۲)  $x$  (۳) عدد ثابت (۴) هر سه جمله

۸۷. عبارت  $x^2 + x - 2x - 2$  بر کدام یک از عامل های زیر بخش پذیر است؟

- (۱)  $x+1$  (۲)  $x+2$  (۳)  $x^2+1$  (۴)  $x^2-2$

۸۸. حاصل عبارت  $\frac{a^2-b^2}{ab-b^2} - \frac{ab^2-b^2}{b^2}$  کدام است؟

- (۱)  $2b$  (۲)  $-2$  (۳)  $2$  (۴)  $2a-2b$

۸۹. فاصله نقطه  $A \left| \frac{1}{2} \right|$  از خط  $3x + 4y - 5 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{7}{3}$

۹۰. معادله‌ی خطی که از نقطه (۳ و -۲) گذشته و با خط به معادله‌ی  $2y - 4x = 5$  موازی باشد، کدام است؟

- (۱)  $2y - x = 8$  (۲)  $2y = 2x + 5$  (۳)  $y = 2x + 7$  (۴)  $2y - 4x = 7$

۹۱. مقدار  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$  برابر است با :

- (۱)  $\sqrt{2} - 1$  (۲)  $\sqrt{2} + 1$  (۳)  $\sqrt{2} - 8$  (۴)  $\sqrt{2} + 8$

۹۲. کسر  $\frac{3}{2^6\sqrt{16}}$  برابر است با :

- (۱)  $\frac{3\sqrt[3]{4}}{16}$  (۲)  $\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$  (۳)  $\frac{2\sqrt[3]{2}}{3}$  (۴)  $\sqrt[6]{2}$

۹۳. اگر به ۳ برابر عددی ۴ واحد اضافه گردد و از نصف حاصل، همان عدد کم شود، باقی مانده ۵ می‌گردد. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۹۴. در کیسه‌ای ۲۵ سکه ۱۰۰ ریالی و ۲۵۰ ریالی به مبلغ ۴/۰۰۰ ریال موجود است، تعداد سکه‌های ۱۰۰ ریالی برابر است با :

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۹۵. جواب نامعادله‌ی  $\frac{3x-2}{6} - \frac{x-2}{4} < 1$  عبارت است از :

- (۱)  $x < -\frac{10}{3}$  (۲)  $x > \frac{10}{3}$  (۳)  $x < \frac{10}{3}$  (۴)  $x > -\frac{10}{3}$

۹۶. اگر تابع درآمد کل  $TR = (6)x$  و تابع هزینه‌ی کل  $TC = 16(3)x$  باشد، نقطه‌ی سر به سر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۹۷. طول نقطه‌ی ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^3 - 3x$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۹۸. اگر داشته باشیم  $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \ln \frac{x}{y}$  مقدار  $XZ'_x + YZ'_y$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $z$  (۳)  $\frac{1}{z}$  (۴)  $z^{-2}$

۹۹. در تابع دو متغیری  $z = \frac{2x+y-1}{x+2y}$ ، مجموع طول و عرض نقطه‌ی اکسترمم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۰۰. اگر مینیمم تابع  $Z = X^2 + Y^2$  با توجه به قید  $X + 2Y = 5$  را با استفاده از روش ضریب لاگرانژ تعیین کنیم، مقدار  $\lambda$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۱. مقدار انتگرال  $I = \int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx$  برابر کدام است؟

- (۱)  $2 \ln 2$  (۲)  $(\ln 2)^2$  (۳)  $\ln 4$  (۴)  $\frac{1}{2} \ln 2$

۱۰۲. اگر  $I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx$  باشد، آنگاه  $I'(1) - I'(0)$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $2(e-1)$  (۳)  $e-1$  (۴) ۲

۱۰۳. اگر  $N=10$  و  $\sum_{i=1}^{10} X_i = 60$  و  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$  ضریب پراکندگی چقدر است؟

- (۱) ۰/۳۳ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۶۶ (۴) ۰/۷

۱۰۴. چنانچه در یک توزیع دو جمله‌ای  $n = 5$ ،  $P = \frac{1}{4}$  (احتمال موفقیت) باشد، احتمال ۳ موفقیت برابر است با:

- (۱) ۰/۰۸۷۹ (۲) ۰/۰۸۸۴ (۳) ۰/۸۸۴ (۴) ۰/۸۷۹

۱۰۵. یک توزیع احتمال دارای چگالی  $f(x)=1$  است. اگر چه پایین توزیع  $3/4$  باشد، میانه‌ی توزیع چقدر است؟

- (۱)  $3/7$  (۲)  $3/9$  (۳) ۴ (۴)  $6/8$

۱۰۶. اگر ادعایی شود که «میانگین جامعه‌ی آماری بیش از ۱۰ است» فرضیه‌ی صفر آن کدام است؟

- (۱)  $H_0: \mu x < 10$  (۲)  $H_0: \mu x = 10$  (۳)  $H_0: \mu x \leq 10$  (۴)  $H_0: \mu x \geq 10$

۱۰۷. اگر مقدار کوواریانس  $X$  و  $Y$  مساوی ۵ و  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 25$  باشد، مقدار ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱) ۰/۰۰۸ (۲) ۰/۰۴ (۳) ۰/۲۰ (۴) ۱

۱۰۸. در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  مجموع مقادیر ویژه (خاص) کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۱۰۹. اگر  $Z = U^2 + V^2 - 2UV$  و  $U = r \cos \theta$  و  $V = r \sin \theta$  باشد منظور  $\frac{\partial Z}{\partial r}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $(2U - 2V) \cos \theta$  (۳)  $2r - 4r \sin \theta \cos \theta$  (۴)  $(2U - 2V) \sin \theta$

۱۱۰. اگر داشته باشیم  $n(A) = 10$  و  $n(B) = 15$  و  $n(A \cup B) = 19$  باشد،  $n(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۱۱۱. اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{n})^{2n} = e^{\frac{3}{2}}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۲. در یک حساب سپرده‌ی بانکی، سود در پایان هر ماه بر سرمایه اضافه می‌شود. با نرخ سود ۱۲٪، پس از ۳ سال سرمایه چند برابر می‌شود؟

- (۱)  $(1/012)^{36}$  (۲)  $(1/01)^{36}$  (۳)  $(1/12)^{36}$  (۴)  $(1/03)^{36}$

۱۱۳. به ازای کدام مقدار  $k$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} X + 2Y + KZ = 0 \\ X - Y + Z = 0 \\ 2X + Y - Z = 0 \end{cases}$  جواب‌های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱۴. به طور متوسط هر ده دقیقه یک مشتری وارد بانک می‌شود، احتمال اینکه در ۲۰ دقیقه ۲ مشتری وارد شود چقدر است؟

- (۱)  $3e^{-3}$  (۲)  $2e^{-2}$  (۳)  $4e^{-2}$  (۴)  $8e^{-1}$

۱۱۵. حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$  کدام است؟

- (۱)  $\ln 3 - 1$  (۲)  $\ln 4 - 1$  (۳)  $\ln 3 + 1$  (۴)  $\ln 4 + 1$

۱۱۶. حاصل عبارت  $\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{64}$  (۲)  $\frac{1}{64}$  (۳)  $-\frac{1}{32}$  (۴)  $\frac{1}{32}$

۱۱۷. حاصل  $\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6}$  کدام است؟

- (۱)  $a^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$  (۲)  $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$  (۳)  $a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$  (۴)  $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$

۱۱۸. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + 3}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3} - 1$  (۲)  $\sqrt{2} - 1$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱۹. حاصل عبارت  $(-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128})$  کدام است؟

- (۱)  $6\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $5\sqrt{2}$

۱۲۰. اگر  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$  باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

- (۱)  $a^3$  (۲)  $2 - abc$  (۳)  $3abc$  (۴)  $27abc$

۱۲۱. از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است مثلثی را انتخاب کرده‌ایم که مساحت آن ماکزیمم است. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۴ (۳) ۳۳ (۴) ۳۲

۱۲۲. نقطه A روی منحنی  $y = \frac{2}{x}$  حرکت می‌کند. کمترین فاصله A تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۲۳. مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که داخل یک دایره به شعاع 2cm قرار می‌گیرد کدام است؟

- (۱)  $6cm^2$  (۲)  $8cm^2$  (۳)  $10cm^2$  (۴)  $12cm^2$

۱۲۴. در مورد تابع  $y = x^4 + 3x^2 + 1$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) یک مینیمم و یک ماکزیمم دارد (۲) فقط یک ماکزیمم نسبی دارد  
(۳) فقط یک مینیمم نسبی دارد (۴) یک نقطه عطف دارد

۱۲۵. از رابطه  $12^x \times 32^y \times 9 = 6^5$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $-\frac{2}{5}$  (۲)  $-\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۱۲۶. باقیمانده تقسیم  $16x^4 - 8x^3 + 4x^2 + 5$  بر  $2x - 1$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۲۷. در تجزیه عبارت  $x^2 - 5xy - 6y^2$  کدام عامل وجود دارد؟

- (۱)  $x - 6y$  (۲)  $x - y$  (۳)  $x - 2y$  (۴)  $x - 3y$

۱۲۸. کدام جمله بر عبارت  $4x^2 - 11x + 9$  افزوده شود تا حاصل به صورت مربع کامل دو جمله‌ای گردد؟

- (۱)  $-3x$  (۲)  $-x$  (۳)  $3x$  (۴)  $5x$

۱۲۹. گویا شده عبارت  $\frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \sqrt{3} - 1$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) ۲

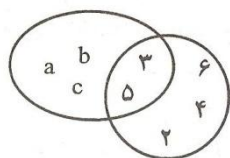
۱۳۰. به ازای کدام مقدار m نقطه  $A(2, m-1)$  بر روی خط به معادله  $3x - 4y = 10$  قرار دارد؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۱. خط به معادله  $3x + 5y + 8 = 0$  از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۱۳۲. با توجه به نمودار و مجموعه  $(A \cap B') \cup (B \cap A')$  چند عضو دارد؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۱۳۳. محیط مستطیلی ۵۰ واحد است. اگر طول مستطیل ۱ واحد از عرض مستطیل بیشتر باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟

۱۵۶ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۳۶ (۲)

۱۳۲ (۱)

۱۳۴. جذر یک عددی تا دو رقم اعشار برابر  $3/42$  و باقیمانده جذر  $0/0136$  می باشد، آن عدد کدام است؟

۱۱/۷۲ (۴)

۱۱/۷۱ (۳)

۱۱/۷۰ (۲)

۱۱/۶۹ (۱)

۱۳۵. قرینه عدد  $(-2\frac{2}{3})$  از عدد  $(-\frac{1}{3})$  چقدر بیشتر است؟

$\frac{7}{3}$  (۴)

$\frac{5}{3}$  (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳۶. حاصل  $\frac{(3)^7 \times (0/4)^7}{(1/2)^5}$  برابر کدام است؟

۲/۸۸ (۴)

۲/۵۶ (۳)

۱/۴۴ (۲)

۱/۰۸ (۱)

۱۳۷. از دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$  مقدار  $x$  کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۳۸. محصول گندم کشاورزی در ۶ سال گذشته بر حسب تن برابر  $107/5$  و  $105$  و  $92$  و  $82/5$  و  $84/96$  میانگین محصول گندم در شش سال گذشته کدام است؟

۹۴/۷۵ (۴)

۹۴/۵ (۳)

۹۴/۲۵ (۲)

۹۴ (۱)

۱۳۹. در دو مثلث متساوی الساقین کدام جزء از هر دو مثلث اگر برابر باشند، آنگاه دو مثلث متشابه اند؟

(۴) دو ساق

(۳) دو قاعده

(۲) دو زاویه دلخواه

(۱) دو زاویه رأس

۱۴۰. حاصل عبارت  $4a^2 - 12a + 5$  به ازای  $a = -\frac{3}{2}$  چقدر است؟

۳۶ (۴)

۳۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)

۱۴۱. از ۴ عدد زیر، کدام عدد اول است؟

۹۱ (۴)

۹۷ (۳)

۸۷ (۲)

۷۷ (۱)

۱۴۲. قرینه عدد  $\left(-\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{21}{18}\right)$  کدام است؟

- (۱) -۱۴ (۲) -۷ (۳) ۷ (۴) ۱۴

۱۴۳. اندازه قطرهای یک لوزی ۱۶ و ۳۰ واحد است، ضلع لوزی چقدر است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۱۴۴. در یک مستطیل به طول ۱۲ و عرض ۵ واحد وسط اضلاع متوالی را به هم وصل می‌کنیم. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل چند واحد مربع است؟

- (۱) ۲۷/۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲/۵ (۴) ۴۵

۱۴۵. اگر  $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  آنگاه مختصات بردار  $3(i - 2j) - 2(2i + j)$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$

۱۴۶. تعداد ریشه‌های معادله  $|x + a| - |x + a + 5| = -6$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) بیشمار (۴) به مقدار  $a$  بستگی دارد

۱۴۷. مجموع جوابهای نامعادله  $|x^3 - 8| < x^2 + 2x + 4$  کدام است؟

- (۱) (۰, ۲) (۲) (-۱, ۴) (۳) (۱, ۳) (۴) (-۲, ۲)

۱۴۸. مجموعه جوابهای نامعادله  $|x| > \sqrt{x + 2}$  کدام است؟

- (۱) (-۲, ۲) (۲) (-۱, ۲) (۳)  $R - [-1, 2]$  (۴)  $(-2, -1) \cup (2, +\infty)$

۱۴۹. مجموعه جوابهای معادله  $|x - 2| - |x + 1| = 3$  کام است؟

- (۱)  $(-\infty, 1]$  (۲)  $R$  (۳)  $[-1, 2]$  (۴)  $[2, +\infty)$

۱۵۰. اگر  $x^2 < 18$  باشد حاصل  $|x - 3\sqrt{2}| + |x + 3\sqrt{2}|$  برابر است با:

- (۱)  $4\sqrt{2}$  (۲)  $-4\sqrt{2}$  (۳)  $6\sqrt{2}$  (۴)  $2x$

۱۵۱. از بین ۸ نفر قبول شدگان المپیاد، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. تعداد عضوهای پیشامد  $A$  که در آن فرد مورد نظر در بین آن‌ها باشد، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۱ (۴) ۱۴

۱۵۲. احتمال وقوع پیشامد  $A$  برابر  $\frac{1}{4}$  و احتمال وقوع پیشامد  $A \cup B$  برابر  $\frac{1}{3}$  و  $A \subset B$  است. احتمال وقوع پیشامد  $B$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{7}{12}$

۱۵۳. از نوعی بذر ۸۰ درصد آن‌ها جوانه می‌زند. اگر سه بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال لااقل دو بذر جوانه می‌زند؟

- (۱) ۰/۵۱۲ (۲) ۰/۷۸۳ (۳) ۰/۸۶۴ (۴) ۰/۸۹۶

۱۵۴. تابع  $f(x) = x^2 - 3|x|$  چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۵. حاصل  $\int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx$  برابر است با :

- (۱)  $\frac{(2x+1)^5}{5} + c$  (۲)  $\frac{(2x+1)^5}{10} + c$  (۳)  $\frac{2(2x+1)^5}{5} + c$  (۴)  $4\frac{(2x+1)^5}{5} + c$

۱۵۶. جواب مشترک نامعادلات  $\frac{2}{3}x \geq 1 - \frac{2}{3}$  و  $x - 1 \leq \frac{1}{2} - 2x$  کدام است؟

- (۱)  $|x| < \frac{1}{2}$  (۲)  $x < \frac{1}{2}$  (۳)  $x > \frac{1}{2}$  (۴)  $x = \frac{1}{2}$

۱۵۷. به ازای کدام مقدار  $m$  معادله  $mx^2 - 6x + m - 2 = 0$  ریشه مضاعف دارد؟

- (۱)  $2 \pm \sqrt{10}$  (۲)  $2 \pm \sqrt{8}$  (۳)  $1 \pm \sqrt{10}$  (۴)  $1 \pm \sqrt{8}$

۱۵۸. اگر  $A$  مجموعه با پایان و  $B$  مجموعه بی‌پایان باشد. مجموعه  $A - B$  چگونه است؟

- (۱) با پایان (۲) بی‌پایان (۳) تهی (۴) غیرقابل تعریف

۱۵۹. اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  و  $I$  ماتریس واحد از مرتبه دو باشند. ماتریس  $(A - I) \cdot (A + I)$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

۱۶۰. جواب کلی معادله  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۶۱. اگر  $\log x + \log y = 1$  و  $4^{x-y} = 64$  عدد  $x$  کدام است؟

- (۱) ۷/۵ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴/۵

۱۶۲. اگر  $a = i - 2j$  و  $b = 3i + j$ ، طول بردار مکان  $\overrightarrow{OA} = 2a - b$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{15}$  (۲)  $\sqrt{17}$  (۳)  $\sqrt{20}$  (۴)  $\sqrt{26}$

۱۶۳. از رابطه  $C(n, n-2) = 120$  عدد  $n$  کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

۱۶۴. در یک تصاعد حسابی جمله اول ۳- و مجموع ۱۳ جمله اول آن صفر است. قدر نسبت تصاعد آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱



۱۶۵. بین دو عدد ۱۶ و ۸۱ سه واسطه هندسی درج شده است. مجموع این سه عدد کدام است؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۱۶ (۴) ۱۱۸

۱۶۶. عبارت  $\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $2 \tan \alpha$  (۲)  $2 \cos \alpha$  (۳)  $\cos \alpha$  (۴)  $\tan \alpha$

۱۶۷. ساده شده عبارت  $\left(4x + \frac{1}{x-1}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2x-1}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $2x-1$  (۲)  $2x+1$  (۳)  $4x-2$  (۴)  $2x-2$

۱۶۸. در تجزیه عبارت  $(a^2 - c^2 + b^2 - 2ab)$  کدام عامل وجود دارد؟

- (۱)  $a + b + c$  (۲)  $a + c - b$  (۳)  $a - c + b$  (۴)  $c - a - b$

۱۶۹. خط به معادله  $y = 2x - 6$  محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند، فاصله وسط AB از مبدأ مختصات

کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$  (۲)  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$  (۳)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۱۷۰. حاصل عبارت  $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) + \sqrt{54}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $\sqrt{6}$

۱۷۱. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) به ازای بعضی از اعداد گویای ناصفر  $a$ ، عدد  $a\sqrt{2}$ ، گویا است.  
 (۲) به ازای هر عدد گنگ  $a$ ،  $(a + \sqrt{2})^2$  عددی گنگ است.  
 (۳) به ازای هر عدد گویای  $a$ ، عدد  $(a + \sqrt{2})^{-1}$  عددی گنگ است.  
 (۴) به ازای هر عدد گنگ  $a$ ،  $(a + \sqrt{2})$  عددی گنگ است.

۱۷۲. معادله  $x^2 - 6 = 5|x|$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷۳. تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$  در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۴. اگر  $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$  آنگاه حاصل عبارت  $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$  برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۷۵. اگر میانگین قیمت کالایی در بازار ۲۰۰۰ ریال باشد و در یک حراجی کالا را ۱۰٪ ارزان تر بفروشند. متوسط قیمت این کالا در حراجی چند ریال خواهد بود؟

- (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۱۸۲۰ (۳) ۱۹۰۰ (۴) ۱۹۲۰

۱۷۶. چند زوج عدد طبیعی هست که بزرگترین شماره آنها ۴ و کوچکترین مضرب مشترکشان ۴۰ باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۷. مقدار  $2\sin 0^\circ \cdot \sin 40^\circ + \cos 6170^\circ$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۷۸. به ازای کدام مقدار  $m$  عبارت  $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$  مربع کامل است؟

- (۱)  $\sqrt{7}$  (۲) ۲۸ (۳)  $4\sqrt{7}$  (۴)  $8\sqrt{7}$

۱۷۹. اگر  $x$  و  $y$  دو متغیر تصافی و  $spxy = 6$  و  $ssx = 6$  و  $\bar{x} = 2$  و  $\bar{y} = 5$  معادله خط رگرسیون کدام است؟

- (۱)  $y = 2x - 1$  (۲)  $y = 2x + 1$  (۳)  $y = x - 3$  (۴)  $y = x + 3$

۱۸۰. معادله صفحه‌ای که عمود بر خط  $x - 1 = 2y = z + 1$  بوده و از نقطه (۱ و ۱ و ۱)  $A$  می‌گذرد، کدام است؟

- (۱)  $x + 2y + z = -4$  (۲)  $2x + y + 2z = -5$

- (۳)  $x + 2y + z = 4$  (۴)  $2x + y + 2z = 5$

۱۸۱. اگر  $(n)^2 - \binom{n}{2} = 36$ ،  $\binom{n}{6}$  چقدر است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۶ (۴) ۱۰۸

۱۸۲. باقیمانده تقسیم عدد  $2^{500}$  بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۸۳. در یک کلاس با ۵۰ دانش آموز، ۳۰ نفر در درس ریاضی و ۳۵ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند، اگر ۱۰ نفر

در هر دو درس مردود شده باشند، چند نفر در هر درس قبول شده‌اند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۱۸۴. ارتفاع هرم مربع القاعده منتظمی ۷ و یک ضلع قاعده‌اش ۸ سانتی متر است، یال هرم چند سانتی متر است؟

- (۱) ۹ (۲)  $\frac{9}{5}$  (۳) ۸ (۴)  $\frac{8}{5}$

۱۸۵. برای یک جلد کتاب با ۳۰٪ تخفیف مبلغ ۱۴۰۰ ریال و یک کیف با ۲۰٪ تخفیف مبلغ ۸۰۰۰ ریال پرداخت

کرده‌ایم، روی هم چند ریال تخفیف گرفته‌ایم؟

- (۱) ۲۶۰۰ (۲) ۲۰۲۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۹۴۰

۱۸۶. اگر  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $X + Y$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۷. نمودار معادله  $|x| + |y| = 1$  کدام است؟

- (۱) یک دایره (۲) یک مربع  
(۳) یک پاره خط واقع بر نیمساز ربع اول (۴) هیچکدام

۱۸۸. تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، در دقیقه  $t$ ، از رابطه  $f(t) = 1000e^{0.40t}$  به دست می‌آید. بعد از چند دقیقه، ۱۰۰۰۰ باکتری خواهیم داشت؟

- (۱)  $50 \ln 10$  (۲)  $25 \ln 10$  (۳)  $25 \ln 2$  (۴)  $50 \ln 5$

۱۸۹. اگر  $f(t) = \sqrt{x - x^2}$  باشد،  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۰ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۹۰. خروج از مرکز بیضی  $x^2 + 4y^2 = 8$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۹۱. دامنه تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$  کدام یک از موارد زیر می باشد؟

- (۱)  $R - \{0\}$  (۲)  $R^+$  (۳)  $R - N$  (۴)  $\emptyset$

۱۹۲. تابع  $y = 2 - e^{-5x}$  در کدام فاصله، صعودی است؟

- (۱) به ازای همه مقادیر  $R$  صعودی است (۲)  $x > -2$   
(۳)  $x > 0$  (۴)  $x > 2$

۱۹۳. تمام خط‌های عمود بر منحنی  $x^2 + y^2 + 4y = 5$  از یک نقطه ثابت عبور می‌کنند مختصات نقطه کدام است؟

- (۱)  $(0, -2)$  (۲)  $(1, 2)$  (۳)  $(0, 2)$  (۴)  $(1, -2)$

۱۹۴. به ازای چه مقداری از  $m$ ، خط  $y = 4x$  بر منحنی  $y = \frac{2mx-1}{x}$  مماس می‌باشد؟

- (۱)  $\pm 4$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm 1$  (۴)  $\pm \frac{1}{2}$

۱۹۵. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)}{(2x^2+ax+b)}$  باشد، آنگاه  $2a + b$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۶

۱۹۶. کدام یک از توابع زیر، نسبت به مبدأ متقارن نمی‌باشد؟

(۱)  $xy = 1$  (۲)  $y = (x - 1)^3$  (۳)  $y = \sin x$  (۴)  $y = x^3$

۱۹۷. حاصل انتگرال  $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$  برابر است با:

(۱)  $x - \arctan(x) + c$  (۲)  $x + 2\arctan(x) + c$   
(۳)  $\tan(x) - x + c$  (۴)  $x - \tan(x) + c$

۱۹۸. حاصل انتگرال  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} P \sin(x) - \cos(x) p dx$  کدام است؟

(۱)  $-2$  (۲)  $\sqrt{2} - 2$  (۳)  $2$  (۴)  $2 - \sqrt{2}$

۱۹۹. با حروف کلمه «بانک سپه» چند کلمه ۴ حرفی (بدون توجه به معنی کلمه ساخته شده) می‌توان ساخت؟

(۱) ۳۵ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۷۰

۲۰۰. میانگین ۱۰ عدد، ۱۵ می‌باشد. اگر به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۲ ضرب کنیم، آنگاه

میانگین کدام است؟

(۱) ۳۸ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) ۲۸

پاسخنامه تشریحی

۱. (۲)

$$\frac{5}{9}x - \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 54$$

۲. (۳)

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{22} = \sqrt{2} \quad \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}-1} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} = 2$$

۳. (۱)

$$0/18 \times 150 = 270 \quad (۳) \quad ۴.$$

$$A - B = \{2, 5, 9\} \quad B - A = \{1, 4, 6\} \quad (۳) \quad ۵.$$

۶. عدد ۳۲ بر اعداد ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶ و ۳۲ تقسیم پذیر است که جمع آنها ۶۳ می شود و در گزینه ها وجود ندارد.

۷. (۱)

$$\frac{3}{\sqrt[4]{33}} \times \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{3} = \sqrt[4]{3}$$

۸. (۴)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad P = 8x^3 - 4x^2 + 6x$$

$$R = P\left(\frac{1}{2}\right) = 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

۹. (۱)

۱۰. (۲)

$$a_{10} = \frac{2(10)+1}{102-1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

۱۱. (۴)

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x' + x''}{x'x''} = \frac{-b/a}{c/a} = \frac{-5/3}{-2/3} = \frac{5}{2}$$

۱۲. (۲)

$$x^4 - 2x^2 + 1 = (x-1)(x^3 + x^2 - x - 1) = (x-1)^2(x^2 + 2x + 1) = (x-1)^2(x+1)^2$$

$$x(x+ax-1)+1 = x^3 + ax^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x^2 + 2x + 1) = (x-1)(x+1)^2$$

۱۳. (۲)

$$2(3/5) - 1 = 6$$

۱۴. (۲)

$$\frac{36}{150} \times 100 = 24$$

۱۵. سؤال مشخص نمی‌باشد اگر منظور زاویه داخل مثلث باشد همه جواب‌ها درست است.

(۱) ۱۶

$$x^2 + 4y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (2y - 1)^2 = 0 \quad x = 0 \quad 2y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$x + y = \frac{1}{2}$$

(۱) ۱۷

$$\frac{1 + \sqrt{3} + \frac{2}{1-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\frac{1-3+2}{1-\sqrt{3}}}{2} = 0$$

(۴) ۱۸

$$f(x)=f(x') \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{1+x'^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{x'^2}{1+x'^2} \Rightarrow x^2 + x^2 x' = x'^2 + x^2 x'^2 \Rightarrow x^2 = x'^2 \Rightarrow x = \pm x'$$

(۴) ۱۹

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \quad -\frac{2}{3} = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{x^2}{5+x^2} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = 2$$

$$f(2\sqrt{5}) = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5+20}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5}) = 2 + \sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = 2 + 2 = 4$$

(۴) ۲۰

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1, y = 3 \Rightarrow (1, 3) \quad \text{راس دیگر}$$

$$A \begin{cases} \frac{7+1}{2} = 4 \\ \frac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \quad \text{وسط دو راس} \quad oA = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(۱) ۲۱

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1) - n^2}{\sqrt{n(n+1)} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} + n} = 1$$

(۲) ۲۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{x}{x} [0^+] = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{x}{-x} [0^-] = -1 \times -1 = 1 \quad \text{تابع پیوسته نیست}$$

$$f(0) = a$$

(۱) ۲۳

$$f^{(10)}(x) = 2^{10}(5 \cos 2x - x \sin 2x) = 2^{10} \left( 5 \cos \pi - \frac{\pi}{2} \sin \pi \right) = -5 \times 2^{10}$$

(۱) ۲۴

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{2}{2y-z} + x^2 = \left( x e^{3x+z} - \frac{1}{2y-z} \right) \times \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4-3} + (-1)^2 = \left( -1 \times e^{-3+3} - \frac{1}{4-3} \right) \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3}{2}$$

۲۵. پاسخ در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = x \times \frac{\frac{1 \times x - 0 \times y}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r^2} = \cos^2 \theta$$

(۳) .۲۶

(۱) .۲۷

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} = s_n$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} s_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

(۴) .۲۸

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \quad \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

(۱) .۲۹

$$f'(x) = \frac{\frac{1(1-2ax)+2a(x+2a)}{(1-2ax)^2}}{1 + \left( \frac{x+2a}{1-2ax} \right)} = \frac{1+4a^2}{1+4a^2x^2+x^2+4a^2} = \frac{1+4a^2}{(1+4a^2)(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

(۱) .۳۰

$$y = (e^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(e^{-x} + \sin x) = \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{-x} + \cos x}{e^{-x} + \sin x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln(\lim y) = 0$$

$$\lim y = e^0 = 1$$

(۳) .۳۱

$$\sqrt{2x+5} = y \Rightarrow x = \frac{y^2-5}{2} \quad x = 2 \Rightarrow y = 3$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{\frac{y^2-5}{2}-2}{\frac{y^2-5}{2}+1} = \frac{y^2-9}{y^2-3} = f(y) \quad f'(y) = \frac{12y}{(y^2-3)^2} \Rightarrow f'(3) = 1$$

(۳) .۳۲

(۳) .۳۳

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{7}$$

(۴) .۳۴

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 4}{16} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1(1-3)^2 + 2(2-3)^2 + 9(3-3)^2 + 4(4-3)^2}{16} = \frac{4+2+4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(۲) .۳۵

$$24 = \frac{F_i}{100} \times 360 \Rightarrow F_i = 6/7$$

(۳) .۳۶

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{4! \times 5 \times 6}{4! \times 2} = 15$$

(۱) .۳۷

$$A = \{(5,6)(6,5)(6,6)\} \quad P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(۱) .۳۸

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = (3t^2 - 3) \times \frac{1}{2t+1} = \frac{3t^2-3}{2t+1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t(2t+1)-2(3t^2-3)}{(2t+1)^2} \times \frac{1}{2t+1} \xrightarrow{t=1} \frac{d^2x}{dx^2} = \frac{2}{3}$$

(۱) .۳۹

$$f'(x) = 2x \times \ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2} \quad m = 2 \times \ln(3-2) + \frac{3^2}{3-2} = 9$$

$$y = 3^2 \times \ln(3-2) = 9 \times 0 = 0 \quad (3,0)$$

$$y - 0 = 9(x-3) \Rightarrow y = 9x - 27 \quad \xrightarrow{x=0} y = -27$$

(۱) .۴۰

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n+4} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n(n+1)}{2n+8} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{-3n}{2n+8} \right) = -\frac{3}{2}$$

(۲) .۴۱

$$\lim \left( \frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \lim \left( 1 - \frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \left[ \left[ 1 + \left( -\frac{h}{2} \right) \right]^{-\frac{2}{h}} \right]^{-\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}} \quad \ln e^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

(۴) .۴۲

$$x=9 \Rightarrow y=4 \quad y=\sqrt{x}+1 \Rightarrow (y-1)^2 = x$$

$$f'(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 4 \\ x+4, & x < 5 \end{cases} \quad f^{-1}(6) = (6-1)^2 = 25$$

(۲) .۴۳

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{x} \Rightarrow \text{شیب قائم } m' = \infty \quad \text{خط قائم موازی محور } y \text{ ها} \quad m = -\frac{2-2}{1} = 0 \Rightarrow$$

(۴) .۴۴

$$y' = (2-4x)e^{2x-2x^2} \Rightarrow y'' = e^{2x-2x^2}(-4 + (2-4x)^2) = 0$$

$$\Rightarrow -4 + 4 - 16x + 16x^2 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

(۲) .۴۵

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} \Rightarrow \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{2}$$

(۲) .۴۶

$$(6x+4)f'(3x^2+4x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \quad \xrightarrow{x=0} 4f'(0) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(۴) .۴۷



$$D(g/f) = \{x \notin D_f \cap D_g \mid f(x) \neq 0\} = \{x \geq 0 \mid x \neq \pm 1\} = [0, +\infty) - \{1\}$$

(۲) .۴۸

$$A((A^2)^2 - A^2 \times A) = A(I^2 - A) = A(I - A) = A - A^2 = A - I$$

(۴) .۴۹

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{3y^2+x} \quad m = -\frac{1}{3(1)+0} = -\frac{1}{3}$$

$$y-1 = -\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

(۳) .۵۰

$$\int_{-1}^1 e^{\frac{x}{2}} dx = 2e^{\frac{x}{2}} \Big|_{-1}^1 = 2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}} = 2\left(2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}}\right) = 2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

(۱) .۵۱

$$x^2 + (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{3} = 0$$

$$\Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{3} = 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

$$\Delta \approx 3 + 2 \times \frac{1}{4} - 4 \times \frac{1}{7} = \frac{5}{8} - \frac{6}{8} < 0$$

.۵۲ (۱) عدد دورقمی را به صورت  $\overline{ab}$  فرض می کنیم.

$$\overline{ba} = 45 + \overline{ab} \Rightarrow 10b + a = 45 + 10a + b \Rightarrow 9(b - a) = 45 \Rightarrow b - a = 5$$

(۴) .۵۳

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{m-3}{4} = \frac{3}{m+1} \neq \frac{m}{2} \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 12 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow m = -3, 5$$

اما به ازای  $m = -3$  دستگاه مبهم و به ازای  $m = 5$  غیر ممکن است.

(۳) .۵۴

$$A = 0/252252 \dots = \frac{252}{999}$$

$$\frac{7}{A} = \frac{7 \times 999}{252} = 27/75$$

(۴) .۵۵

$$9^{x+2} = 3^x \times 81^3 \rightarrow 3^{2x+4} = 3^x \times 3^{12} = 3^x \times 3^{12} \rightarrow 2x + 4 = 12 + x \rightarrow x = 8$$

(۱) .۵۶

$$\text{خط معادله} \rightarrow y - 0 = \frac{3-0}{1+2}(x+2) \rightarrow y - x - 2 = 0$$

$$d = \frac{|-2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

(۲) .۵۷

$$\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{(3-2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{4-2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{10-7\sqrt{2}}{2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = 5$$

(۴) .۵۸

$$\frac{2-x}{2x-1} - x > 0 \rightarrow \frac{2-2x^2}{2x-1} > 0$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$1$
$\frac{2-2x^2}{2x-1}$	$+$	$-$	$+$	$-$
جواب			جواب	

(۲) .۵۹

$$M \begin{cases} \frac{-3+1}{2} = -1 = \alpha \\ \frac{4+0}{2} = 2 = \beta \end{cases} \quad \begin{cases} X = x - \alpha = 4 - (-1) = 5 \\ Y = y - \beta = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

(۴) .۶۰

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (A + B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

(۱) .۶۱

$$\log_4 2\sqrt{2} = x \rightarrow 4^x = 2\sqrt{2} \rightarrow 2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\log_2 1 - x = \log_2 1 - \frac{3}{4} = \log_2 \frac{1}{4} = -\log_2 4 = -2$$

(۴) .۶۲

$$\sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

(۳) .۶۳

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 1 \\ \alpha + 5\beta = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{matrix} \quad \alpha + \beta = -1 + 2 = 1$$

(۴) .۶۴

$$\frac{C(5,1) \times C(3,1)}{C(8,2)} = \frac{15}{28}$$

(۲) .۶۵

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{دو مثلث متشابهند}} \frac{s_1}{s_2} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

(۳) .۶۶

$$R = 96 - 25 = 71 \quad C = \frac{71}{9} = 7/8 \cong 8$$

(۳) .۶۷

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{11 + 11 + 12 + 13 + 15 + 10}{6} = 12 \\ \sigma^2 &= \frac{2(11 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (13 - 12)^2 + (15 - 12)^2 + (10 - 12)^2}{6} \\ &= \frac{1 + 1 + 0 + 1 + 9 + 4}{6} = \frac{16}{6} = 2/66 \end{aligned}$$

(۱) .۶۸

$$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

(۳) .۶۹

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + \sqrt{4 - 3x}}{4 + x} \xrightarrow{\text{هویتال}} \lim_{x \rightarrow -4} 1 + \frac{-3}{2\sqrt{4 - 3x}} = -\frac{2\sqrt{4 - 3x} - 3}{2\sqrt{4 - 3x}} = \frac{5}{8}$$

(۲) .۷۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \rightarrow 4 + 3 = 2a - 4 \rightarrow a = \frac{11}{2}$$

(۱) .۷۱

$$f'(x) = \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} \quad f'(2) = \frac{3}{(2+1)^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(۲) .۷۲

$$\begin{aligned} y &= \cos 2x \sin x = \frac{1}{2} [\sin 3x - \sin x] \rightarrow y' = \frac{1}{2} [3\cos 3x - \cos x] \\ \frac{1}{2} \left[ 3\cos \pi - \cos \frac{\pi}{3} \right] &= \frac{1}{2} \left[ -3 - \frac{1}{2} \right] = -\frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$y = (-1)^2 - 2(-1) = 3 \quad (-1, 3)$$

(۲) .۷۳

$$\begin{aligned} y' &= 2x - 2 = 2(-1) - 2 = -4 \rightarrow y - 3 = -4(x + 1) \rightarrow y = -4x - 1 \\ y + 4x + 1 &= 0 \quad \text{شیب مماس} \end{aligned}$$

(۲) .۷۴

$$t_n = 3n + 5 \Rightarrow t_{n+1} = 3(n+1) + 5 = 3n + 8$$

(۴) .۷۵

$$t_{n+2} = 5n + 7 = 5n + 10 - 3 = 5(n+2) - 3 \Rightarrow t_n = 5n - 3$$

(۱) .۷۶

$$t_1 = 7, d = -3$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 7 + 9 \times -3) = 5(14 - 27) = -65$$

۷۷. (۴)

$$t_n = 2n + 3 \Rightarrow t_1 = 5, t_{10} = 23$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(5 + 23) = 140$$

۷۸. (۱)

$$t_8 - t_7 = d \Rightarrow d = 12 - 10 = 2$$

$$t_{11} = t_8 + 3d = 12 + 3 \times 2 = 18$$

۷۹. (۱)

$$d = \frac{68 - 50}{5 + 1} = \frac{18}{6} = 3 \quad 50, 53, 56, \dots$$

۸۰. (۴)

۸۱. (۴)

$$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$$

۸۲. (۱)

$$(-x^{-1})^{-1} = \frac{1}{-x^{-1}} = -x \xrightarrow{\text{قرینه}} x$$

۸۳. (۳)

$$\begin{aligned} 36 &= 2^2 \times 3^2 & \text{م. م. ک} &= 2^3 \times 3^2 = 72 \\ 24 &= 2^3 \times 3 & \text{م. م. ب} &= 2^2 \times 3 = 12 \end{aligned} \Rightarrow 72 - 12 = 60$$

۸۴. (۴)

$$\frac{x-2}{11} = \frac{72}{99} \Rightarrow x-2 = 8 \Rightarrow x = 10$$

۸۵. (۳)

$$A = x^2 + 2x, \quad B = x^2 + 2x - 8$$

$$A - B = x^2 + 2x - x^2 - 2x + 8 = 8$$

۸۶. (۲)

۸۷. (۱)

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad P(-1) = (-1)^2 - 1 - 2(-1) - 2 = 0$$

۸۸. (۳)

$$\frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} - \frac{ab - b^2}{b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{b(a-b)} - \frac{b(a-b)}{b^2} = \frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{b} = 2$$

(۱) ۸۹

$$d = \frac{|3(1) + 4(2) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 + 8 - 5|}{5} = \frac{6}{5}$$

(۳) ۹۰

$$m = -\frac{-4}{2} = 2 \quad y - 3 = 2(x + 2) \Rightarrow y = 2x + 7$$

(۲) ۹۱

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

(۲) ۹۲

$$\frac{3}{2^{\sqrt[6]{24}}} = \frac{3}{2^{\sqrt[3]{22}}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3^{\sqrt[3]{2}}}{4}$$

(۴) ۹۳

$$\frac{3x+4}{2} - x = 5 \Rightarrow 3x+4-2x=10 \Rightarrow x=6$$

(۳) ۹۴

$$\begin{cases} 10x + 25y = 400 \\ x + y = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$$

(۳) ۹۵

$$4(3x-2) - 6(x-2) < 24 \Rightarrow 12x - 8 - 6x + 12 < 24 \Rightarrow 6x + 4 < 24$$

$$6x < 20 \Rightarrow x < \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

(۳) ۹۶

$$Tc = TR \Rightarrow 16 \times 3^x = 6x$$

$$16 = \left(\frac{6}{3}\right)^x \Rightarrow 16 = 2^x \Rightarrow x = 4$$

(۲) از آزمون مشتق دوم استفاده می‌کنیم

$$y = x^3 - 3x \quad y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = 6x \quad \begin{cases} x = +1 & y'' \geq 0 \quad \text{Min } x = 1 \text{ است} \\ x = -1 & y'' < 0 \quad \text{Max } x = -1 \text{ است} \end{cases}$$

(۱) ۹۸

$$\left. \begin{aligned} z'_x &= \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} + \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x} \\ z'_y &= -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + \frac{-\frac{x}{y^2}}{\frac{x}{y}} = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow xz'_x + yz'_y = \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + 1 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 = 0$$

(۴) ۹۹

$$z_x = \frac{2(x+2y)-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x+4y-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow 3y+1=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

$$z_y = \frac{(x+2y)-2(2x+y-1)}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{x+2y-4x-2y+2}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow -3x+2=0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

(۲) .۱۰۰

$$F = x^2 + y^2 - \lambda(x + 2y - 5) \Rightarrow \begin{cases} f'_x = 2x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \\ f'_y = 2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow y = \lambda \\ f'_\lambda = -x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow -\frac{\lambda}{2} - 2\lambda = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-\lambda - 4\lambda}{2} = -5 \Rightarrow -5\lambda = -10 \Rightarrow \lambda = \frac{10}{5} = 2$$

(۲) .۱۰۱

$$\int_1^2 \frac{2\ln x}{x} dx = \int 2u du = \frac{2u^2}{2} = (\ln x)^2 \Big|_1^2 = (\ln 2)^2 - (\ln 1)^2 \rightarrow \ln x = u \rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

(۳) .۱۰۲

$$I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx \quad I(x) = \int I'(x) dx \Rightarrow I'(x) = e^{\sqrt{x}} \quad I'(1) - I(0) = e^1 - e^0 = e - 1$$

(۳) .۱۰۳

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n} = \frac{400 - 10 \times 36}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$CV = \frac{4}{6} = 0.66$$

(۴) .۱۰۴

$$P(x=3) = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0.879$$

(۲) .۱۰۵

$$F(m) = \frac{1}{2} \text{ میانه است } m \quad F(m) = \int_{3/4}^m dx = x \Big|_{3/4}^m = m - 3/4$$

$$F(m) = \frac{1}{2} \rightarrow m - 3/4 = \frac{1}{2} \rightarrow m = 3/4 + 0.5 = 3/9$$

۱۰۶. (۳) در اینجا آماردان بر این باور است که میانگین جامعه کمتر یا مساوی ۱۰ است پس باور خود را در  $H_0$

قرار می‌دهد به امید آنکه بتواند آنرا رد کند.

(۳) .۱۰۷

$$P(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{5}{5 \times 5} = \frac{1}{5} = 0.2$$

۱۰۸. (۴) اثر ماتریس برابر با مجموع مقادیر ویژه و اثر ماتریس نیز مجموع عناصری روی قطر اصلی است  $2+5=7$

۱۰۹. (۳)

$$\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \\ &= (2u - 2v) \cos \theta \\ &+ (2v - 2u) \sin \theta = (2r \cos \theta - 2r \sin \theta) \cos \theta + (2r \sin \theta - 2r \cos \theta) \sin \theta \\ &= 2r \cos^2 \theta - 2r \sin \theta \cos \theta + 2r \sin^2 \theta - 2r \cos \theta \sin \theta \\ &= 2r(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - r(\sin 2\theta + \sin 2\theta) = 2r - 4r \sin \theta \cos \theta\end{aligned}$$

۱۱۰. (۱)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 19 = 15 + 10 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$

۱۱۱. (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\beta n} = e^{a\beta} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{2n} = e^{2a} = e^{\frac{3}{2}} \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱۱۲. (۳) اگر  $x$  سپرده بانکی باشد در ماه اول  $\frac{x \cdot \frac{12}{100}(1/12)}{x + \frac{12}{100}(1/12)x} = \frac{12}{100}$  و ماه دوم  $\frac{x \cdot \frac{12}{100}(1/12)}{x + \frac{12}{100}(1/12)x} = \frac{12}{100}$  و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

۱۱۳. (۱)

$$\begin{aligned}x + 2y + kz &= 0 & 2x + y + (k+1)z &= 0 \\ x - y + z &= 0 & 2x + y - z &= 0 & k+1 &= -1 & k &= -2 \\ 2x + y - z &= 0 & 2x + y - 2z &= 0\end{aligned}$$

یک معادله و ۳ مجهول بی نهایت جواب دارد

۱۱۴. (۲) پس در ۲۰ دقیقه به طور متوسط ۲ نفر وارد بانک می‌شود (توزیع پواسن)

نفر	دقیقه
۱	۱۰
$x = 2$	۲۰

$$P(a=2) = \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} = 2e^{-2}$$

۱۱۵. (۳)

$$\begin{aligned}A_n &= \lim \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}} = \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{n!(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)}{n!}} = \sqrt[n]{\frac{(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)}{n^2}} \\ &= \sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{n}\right) \left(\frac{n+2}{n}\right) \cdots \left(\frac{2n+1}{n}\right)} = \sqrt[n]{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n+1}{n}\right)}\end{aligned}$$

$$\ln A_n = \frac{1}{n} \left[ \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) + \ln \left(1 + \frac{2}{n}\right) + \cdots + \ln \left(1 + \frac{n+1}{n}\right) \right] = \int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln 4 - 1$$

$$A_n = e^{Ln4} \times e^{-1} = \frac{4 \times 1}{e} = \frac{4}{e}$$

(۴). ۱۱۶

$$\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5 \times \frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{6 \times \frac{5}{6}} = \frac{1}{16} - \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

(۳). ۱۱۷

$$\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6} = a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$$

(۳). ۱۱۸

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + 3} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(۱). ۱۱۹

$$-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128} = -7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

(۱). ۱۲۰

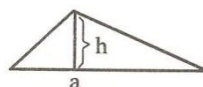
$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 = 0 \Rightarrow a = b = c$$

$$(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a) = a \cdot a \cdot a = a^3$$

(۴). ۱۲۱

$$S = \frac{1}{2}ah \quad \text{مثلث}$$



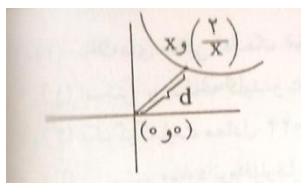
$$s = \frac{1}{2}(16-h)h \quad \text{پس } a = 16-h \quad \text{پس } a+h$$

از طرفی طبق صورت سؤال = 16

حال باید ماکزیمم تابع S را بدست آوریم. برای این کار:

$$s' = 8 - h = 0 \rightarrow h = 8 \rightarrow a = 8 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$$

(۱). ۱۲۲



$$d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{4}{x^2}}$$

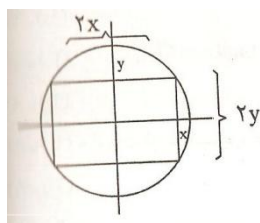
برای یافتن کمترین فاصله کافی است مینیمم تابع زیر رادیکال یعنی  $P(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$ 

را بیاوریم برای این کار



$$f'(x) = 2x - \frac{8}{x^3} = 0 \rightarrow 2x^4 = 8 \rightarrow x^4 = 4 \rightarrow x^4 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2 + \frac{4}{2}} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$$

(۲). ۱۲۳



$$S = 2x \cdot 2y = 4xy$$

$$x^2 = 4 - y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \text{ از طرفی}$$

$$S = 4\sqrt{4 - y^2} \cdot y$$

$$\Rightarrow S' = 4\sqrt{4 - y^2} - \frac{4y^2}{\sqrt{4 - y^2}} \rightarrow S' = 0 \rightarrow (\sqrt{4 - y^2})^2 = y^2$$

$$\rightarrow 4 - y^2 = y^2 \rightarrow 4 = 2y^2 \rightarrow y^2 = 2 \rightarrow y = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} = x \Leftrightarrow 2 = x^2 \text{ در نتیجه}$$

$$S = 4\left(\sqrt{4 - (\sqrt{2})^2}\right)\sqrt{2} = 8$$

(۳). ۱۲۴

$$y = x^4 + 3x^2 + 1$$

$$\rightarrow y' = 4x^3 + 6x \rightarrow y' = 0 \rightarrow 4x^3 + 6x = 0 \rightarrow x(4x^2 + 6) = 0$$

از آن جا که  $4x^2 + 6 \neq 0$  پس نقطه  $x=0$  تابع  $y'$  را در  $x=0$  تعیین علامت می کنیم و داریم:

	$x=0$	
$y'$	-	+
	↙	↗
	Min	

پس تابع در  $x=0$  فقط یک Min نسبی دارد.

(۲). ۱۲۵

$$2^{2x} \times 3^x \times 2^{5y} \times 3^2 = 2^5 \times 3^5 \Rightarrow 2^{2x+5y} \times 3^x - 2^5 \times 3^3 \Rightarrow x = 3$$

$$2x + 5y = 5 \xrightarrow{x=3} y = -\frac{1}{5}$$

(۳). ۱۲۶

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 16\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 = 1 - 1 + 1 + 5 = 6$$

(۱). ۱۲۷

$$x^2 - 5xy - 6y^2 = (x - 6y)(x + 2y)$$

(۲). ۱۲۸

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

(۳). ۱۲۹

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{8}(1+\sqrt{2})-\sqrt{24}}{(1+\sqrt{2})^2-3} + \sqrt{3}-1 &= \frac{\sqrt{8}+4-2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \sqrt{3}-1 = \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}-1 \\ &= \frac{2+2\sqrt{2}-\sqrt{12}}{2} + \sqrt{3}-1 = 1+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1 = \sqrt{2} \end{aligned}$$

(۲). ۱۳۰

$$3(2) - 4(m-1) = 10 \Rightarrow 6 - 4m + 4 = 10 \Rightarrow 10 - 4m = 10 \Rightarrow m = 0$$

(۴). ۱۳۱  $x$  و  $y$  مثبت در معادله صدق نمی‌کند.

(۴). ۱۳۲

$$\begin{aligned} A' &= \{2, 4, 6\} & B' &= \{a, b, c\} \\ B \cap A' &= \{2, 4, 6\} & A \cap B' &= \{a, b, c\} \end{aligned}$$

(۴). ۱۳۳

$$\begin{aligned} 2(x+y) &= 50 \Rightarrow x+y = 25 \Rightarrow x+x+1 = 25 \Rightarrow x = 12, y = 13 \\ S = xy &= 12 \times 13 = 156 \end{aligned}$$

(۳). ۱۳۴

$$3/42 \times 3/42 + 0/0136 = 11/71$$

(۲). ۱۳۵

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \quad \frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{3} = 3$$

(۲). ۱۳۶

$$\frac{(3 \times 0/4)^7}{(1/2)^5} = \frac{(1/2)^7}{(1/2)^5} = (1/2)^2 = 1/44$$

(۲). ۱۳۷

$$\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow x = 5$$

(۳). ۱۳۸

$$\frac{84 + 96 + 82/5 + 92 + 105 + 107/5}{2} = 94/5$$

(۴). ۱۳۹

(۳). ۱۴۰

$$4\left(\frac{9}{4}\right) - 12\left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = 32$$

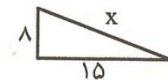
(۴). ۱۴۱  $77$  به  $11$  و  $87$  به  $3$  و  $97$  به  $3$  بخش پذیر هستند.

(۴). ۱۴۲

$$\frac{21}{18} \div \left( \frac{-10+9}{12} \right) = \frac{7}{6} \div -\frac{1}{12} = \frac{7}{6} \times -12 = -14 \xrightarrow{\text{قرینه آن}} 14$$

(۱). ۱۴۳

$$x^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow x = 17$$



(۲). ۱۴۴

$$12 \times 5 = 60 \quad 60 \div 2 = 30$$

(۴). ۱۴۵

$$3i - 6j - 4i - 2j = -i - 8j \quad \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$$

(۳). ۱۴۶

$$x + a = t \Rightarrow |t| - |t + 5| = -6$$

$$|0 - (-5)| = 5 \Rightarrow |5| < |-6|$$

(۳). ۱۴۷

$$|x^3 - 8| < x^2 + 2x + 4$$

$$|x - 2| \cdot |x^2 + 2x + 4| < x^2 + 2x + 4$$

$$|x - 2| < 1 \Rightarrow -1 < x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$$

(۴). ۱۴۸

$$|x| > \sqrt{x+2} \Rightarrow x^2 > x+2$$

$$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1$$

ضمناً باید  $x > -2$  باشد پس جواب نامعادله به صورت  $(-2, -1) \cup (2, +\infty)$  است.

(۱). ۱۴۹

چون  $x$  در معادله صدق نمی کند پس گزینه های (۲) و (۳) و (۴) نمی توانند درست باشد و گزینه (۱) درست است.

(۳). ۱۵۰

$$x^2 < 18 \Rightarrow -3\sqrt{2} < x < 3\sqrt{2}$$

$$|x - 3\sqrt{2}| + |x + 3\sqrt{2}| = -x + 3\sqrt{2} + x + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

(۳). ۱۵۱

$$\binom{1}{1} \binom{7}{2} = 1 \times \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

(۱). ۱۵۲

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{3}$$

X : تعداد بذر جوانه زده

۱۵۳. (۴)

$$X \sim \text{Bin}(3, 0/8)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^1 \binom{3}{x} (0/8)^x (0/2)^{3-x} = 1 - [(0/2)^3 + 3(0/8)(0/2)^2] = 0/896$$

۱۵۴. (۳)

تابع  $f(x) = x^2 - 3|x|$  را می‌توان به فرم زیر نوشت :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{و } x \geq 0 \\ x^2 + 3x & \text{و } x < 0 \end{cases}$$

حال برای یافتن نقاط بحرانی باید:

$$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

حال از آنجا که  $f'(x)$  در  $x=0$  نیز موجود نیست پس سه نقطه  $\frac{3}{2}$  و  $-\frac{3}{2}$  و  $x=0$  نقاط بحرانی تابع هستند.

۱۵۵. (۲)

$$\begin{aligned} \int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx &= \int \frac{(\sqrt{x}(2x+1))^4}{x^2} dx = \int \frac{x^2(2x+1)^4}{x^2} dx = \int (2x+1)^4 dx \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} (2x+1)^5 = \frac{1}{10} (2x+1)^5 + c \end{aligned}$$

۱۵۶. (۴)

$$\left. \begin{aligned} 2x \geq 3 - 2 &\Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 2x - 2 \leq 1 - 4x &\Rightarrow 6x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x = \frac{1}{2}$$

۱۵۷. (۳)

$$\begin{aligned} \Delta = 0 \quad \Delta &= (-6)^2 - 4m(m-2) = 36 - 4m^2 + 8m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 9 = 0 \\ m &= 1 \mp \sqrt{1+9} = 1 \mp \sqrt{10} \end{aligned}$$

A-B ممکن است تهی باشد و ممکن است با پایان باشد.

۱۵۸. (۴)

۱۵۹. (۲)

$$\begin{aligned} A + I &= \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad A - I = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3-5 & 15+10 \\ -1-4 & -5+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۱۶۰. (۱)

$$2 \cos x = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$$

(۳). ۱۶۱

$$\left. \begin{aligned} \log x + \log y = 1 &\Rightarrow \log xy = \log 10 \Rightarrow xy = 10 \\ 4^{x-y} = 4^3 &\Rightarrow x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5, -2$$

X=-2 غیر قابل است.

(۴). ۱۶۲

$$\begin{aligned} a = i - 2j \quad \vec{oA} = 2i - 4j - 3i - j = -i - 5j &\Rightarrow |\vec{oA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26} \\ b = 3i + j \end{aligned}$$

(۲). ۱۶۳

$$c(n, n-2) = \frac{n!}{(n-n+2)!(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{(n-2)! \times (n-1) \times n}{(n-2)!2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$n(n-1) = 240 \Rightarrow n^2 - n - 240 = 0 \Rightarrow (n+15)(n-16) = 0 \Rightarrow n = 16$$

(۳). ۱۶۴

$$s_{13} = 0 \Rightarrow s_n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \Rightarrow s_{13} = \frac{13[2(-3) + 12d]}{2} = 0$$

$$-6 + 12d = 0 \Rightarrow 12d = 6 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

(۲). ۱۶۵

$$q = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}} \Rightarrow q = \sqrt[3+1]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$$

$$16, 24, 36, 54, 81 \xRightarrow{\text{مجموع}} 114$$

(۱). ۱۶۶

$$\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \tan \alpha + \tan \alpha = 2 \tan \alpha$$

(۳). ۱۶۷

$$\begin{aligned} \left(4x + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) &= \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{x-1}\right)\left(\frac{2x-1-1}{2x-1}\right) = \frac{(2x-1)^2}{x-1} \times \frac{2(x-1)}{2x-1} \\ &= 2(2x-1) = 4x-2 \end{aligned}$$

(۲). ۱۶۸

$$a^2 + b^2 - 2ab - c^2 = (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$$

(۳). ۱۶۹

$$y = 2x - 6 \quad A \begin{vmatrix} 0 \\ -6 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix} \quad AB \text{ وسط } M \begin{vmatrix} 3 \\ \frac{3}{2} \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$OM = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-3)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

(۱). ۱۷۰

$$(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 3\sqrt{6} = 4 + \sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6 + 3\sqrt{6} = -2$$

(۳). ۱۷۱

(۲). ۱۷۲

$$x^2 - 6 = 5|x| \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0 & x \geq 0 \Rightarrow x = 6 \\ x^2 + 5x - 6 = 0 & x < 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۱۷۳. (۳) در ۲ و ۲- مشتق پذیر نیست.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x}{|x^2-1|} & -2 \leq x \leq 2 \\ 4 & x > 2 \text{ یا } x < -2 \end{cases}$$

(۳). ۱۷۴

$$\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{5\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 1 + \tan \alpha \tan \beta + \tan \alpha + \tan \beta = 1 + \tan \alpha \tan \beta + 1 - \tan \alpha \tan \beta = 2$$

$$10\% \times 2000 = 200$$

(۱). ۱۷۵

(۳). ۱۷۶

(80,20)

(4,40)

$$\text{ب.م.} = 4 = 2^2$$

$$\text{ک.م.} = 40 = 2^3 \times 5$$

۱۷۷. احتمالاً سؤال اشکال دارد، چون  $\sin 0^\circ = 0$  است در نتیجه داریم:

که در هیچکدام از گزینه‌ها نیست.

$$2\sin 0^\circ \times \sin 40^\circ + \cos(34\pi + 50) = \cos 50^\circ$$

(۴). ۱۷۸

$$\frac{m}{2} = 2 \times 2\sqrt{7} \Rightarrow m = 8\sqrt{7}$$

(۴). ۱۷۹

$$y = b_1x + b_0$$

$$y = x + 3$$

$$b_1 = \frac{spxy}{ssx} = \frac{6}{6} = 1$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 5 - 2 = 3$$

(۴). ۱۸۰

$$\text{خط : } x - 1 = \frac{y}{\frac{1}{2}} = z + 1 \Rightarrow$$

$$\text{صفحه } Ax + Bx + Cz + D = 0$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = \frac{1}{2} \\ C = 1 \end{cases} \quad A + B + c + d = 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + 1 + d = 0 \Rightarrow d = -\frac{5}{2}$$

$$x + \frac{1}{2}y + z - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow 2x + y + 2z = 5$$

(۲). ۱۸۱

$$(n, 2) - \binom{n}{2} = 36 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-2)! \times 2} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 36$$

$$n(n-1) = 72 \Rightarrow n = 9 \quad \binom{9}{6} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

(۳). ۱۸۲

$$\begin{cases} 2^{498} \equiv 1 \\ 2^2 \equiv 13 - 9 \end{cases} \rightarrow 2^{500} \equiv 9$$

(۳). ۱۸۳

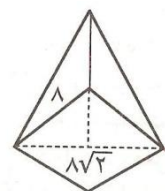
$$A : \text{در درس ریاضی قبول شده‌اند} \quad n(A' \cap B') = 10 \Rightarrow n(A \cup B)' = 10$$

$$B : \text{در درس فیزیک قبول شده‌اند} \quad n(A \cup B) = 40$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 30 + 35 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 25$$

(۱). ۱۸۴



$$x^2 = (4\sqrt{2})^2 + 7^2 = 32 + 49 = 81 \Rightarrow x = 9$$

(۱). ۱۸۵

$$\begin{aligned} \%70 x = 1400 &\Rightarrow x = 2000 \xrightarrow{\text{تخفیف}} 600 \xrightarrow{\text{مجموع}} 2600 \\ \%80 x = 8000 &\Rightarrow x = 10000 \rightarrow 2000 \end{aligned}$$

(۳). ۱۸۶

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 1, x = 2$$

(۲). ۱۸۷

(۹). ۱۸۸ : پاسخ درست در بین گزینه‌ها نیست، زیرا :

$$10000 = 1000e^{0/4t} \Rightarrow 10 = e^{0/4t} \Rightarrow \ln 10 = 0/4t$$

$$t = \frac{\ln 10}{0/4} = \frac{5 \ln 10}{2} \quad \text{در جواب‌های نیست}$$

(۲). ۱۸۹

$$f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-2\left(\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}} = 0$$

(۲). ۱۹۰

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 8, b^2 = 2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$C = \sqrt{6}, a = 2\sqrt{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۴). ۱۹۱

$$x - |x| > 0 \Rightarrow |x| < x \Rightarrow x \in \emptyset$$

(۱). ۱۹۲

(۱). ۱۹۳ مرکز دایره

(۲). ۱۹۴

$$\frac{2mx - 1}{x} = 4x \Rightarrow 4x^2 - 2mx + 1 = 0$$

$$\Delta = 4m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

۱۹۵.  $a+b$  می‌تواند ۸ یا ۴ یا ۶- باشد.

$$2(1)^2 + a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(۲). ۱۹۶

(۴). ۱۹۷

$$\int \frac{x^2}{x^2 + a} dx = x - a \arctan \frac{x}{a}$$

۱۹۸. جواب  $2\sqrt{2} - 2$  می‌باشد.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx = 2\sqrt{2} - 2$$

۱۹۹. در جواب‌ها نمی‌باشد.

$$P(7,4) = \frac{7!}{(7-4)!} = 840$$

(۱). ۲۰۰